平成 27 年度

筑波大学情報学群情報科学類

卒業研究論文

題目

折り紙の CG 用幾何モデルの生成手法

主専攻 知能情報メディア主専攻

著者田中慎一

指導教員 三谷 純、金森 由博

要 旨

折り紙は日本に古くから伝わる文化の1つであり、近年では精密で複雑な折り紙作 品が様々に作りだされている。しかしながら、このような薄い素材が多層に重なって できる形状の幾何モデルを作成することは容易ではない。そのため、折り紙の形状を 忠実に再現した CG 画像または映像の制作には多大な手間を要する。そこで本研究で は、写実的な CG 制作に用いることのできる折り紙の幾何モデルを簡易な方法で生成 できるようにすることを目標とする。本稿では平坦折り紙と多面体のような折り紙を 対象として、これらの幾何モデルを生成する手法を提案する。平坦折り紙については、 その折りたたみ構造情報を用いて紙の厚みを持った幾何モデルを自動生成するシス テムと、その幾何モデルに対して形状の微調整を行うことのできるユーザインタフェ ースの開発を行った。多面体のような折り紙については、多面体の幾何モデルを変形 し、折り込み形状を付与することで、「折り紙らしく」見える幾何モデルを自動生成す るシステムを開発した。

目次

図目次

図 1-1:企業の宣伝に用いられた作品例[1][2]	1
図 1-2: 悪魔[前川淳]の写真(左)とその CG(右)	
図 1-3: 第3章の提案手法で作成した幾何モデル(左)とそのレン	ダリング結果(右) 2
図 1-4:第4章の提案手法で作成した幾何モデル(左)とそのレン	ダリング結果(右) 2
図 2-1: ORIPA[3]により作成された折り紙の展開図(左)と折りたた	:み後の形状(右)。
線分で分割された閉領域の折りたたみ後の重なり順を計算する、	ことで、折りたたみ
後の形状を推定している。	3
図 2-2: 文献[7]の作品例。CG 制作ソフトウェア Maya を用いてモデ	リングとレンダリン
グを行う方を研究し、図のような作品の制作を行っている。	4
図 2-3: 文献[8]のシステムにより作成された作品例。マウスのドラ	ッグ操作で頂点を動
かすことで紙の形状を操作することができるインタフェースが	開発し、図のような
幾何モデルを作成している。	5
図 2-4: 文献[9]のシステムにより作成された作品例。マウスを用い	て直感的に紙の折り
操作を行うことのできるインタフェースが開発し、図のような	幾何モデルを作成し
ている。	5
図 2-5: 文献[10]のシステムにより作成された作品例。タッチパネル	入力を用いて紙の形
状を直感的に操作することのできるインタフェースが開発し、	図のような幾何モデ
ルを作成している。	5
図 2-6 :文献[11]の手法によるシミュレーションの様子。ヒンジで接続	売された剛体の面の
動きをシミュレートし、そのように扱うことのできる折り紙の多	幾何モデルを生成し
ている。	
図 2-7: 文献[13]の BSDF を用いたレンダリング結果。計測に基づく	紙の BSDF が提案さ
れており、それを用いることで図のようなレンダリング結果が得	身られている。 7
図 2-8: 文献[14]の手法による形状再構築前(左)と形状再構築後(結果。図左のように同一平面上に重なっているモデルの形状を再図右のようにその構造が視覚的に把握できる画像を生成している	右)のレンダリング 再構築することで、 5。8
図 2-9: 単純なレンダリング結果と文献[16]の手法によるレンダリン	グ結果の比較。(a)の
ように自己干渉を起こしている折り紙の幾何モデルに対して、文	献[16]の手法を用い
ることで(b)のように表示することができる。(c)のようにエッジ	の表示も正しく行う
ことができる。	8
図 3-1:提案手法の流れ。まず折りたたみ構造情報を読み込む。その	後、読み込んだ情報
を基に幾何モデルの生成を行う。	9
図 3-2:継ぎ手を追加する様子 1。図において、実線の線分は面の断線は面(の頂点)の接続関係を表す。図左のような 2 枚の面に 示すような面を継ぎ手として追加する。	面、白丸は頂点、破 対し、図右に青色で 11
図 3-3:継ぎ手を追加する様子 2。内側の継ぎ手の高さをhとしたとき	き、それをまたぐ外
側の継ぎ手の高さは2hとする。底辺の長さをWとしたとき、上述	辺の長さ は、0.6×
Wとする。	11

义	3-4:生成される幾何モデルと実物の折り紙との形状の比較。ここまでの処理(面の
	再配置と継ぎ手生成)で生成される「やっこ」の幾何モデル(図左)と実物の写真
	(図右)の袖部分を拡大した図を示す。12
义	3-5:「厚さ方向の圧縮変形」の流れ図。図において、黒線は Face または Subface の
	断面、白丸は頂点、FはFace、SはSubfaceを表す。(i)のようなFaceの集合が与えら
	れたとき、 (ii)のように Face を分割する (Step 1.)。次に (iii)のように Subface の再
	配置を行う (Step 2.)。最後に (iv)のように Subface の結合を行う (Step 3.)。 13
义	3-6: Face の分割の様子。4 つの Face F1-F4 (左)が重なっているとき(中)、各 Face
	をその他の Face の輪郭線で分割する(右)。(画像出展:[17])13
义	3-7: Subfaceの再配置の例。図左のように3つのSubface Group があるとする。このと
	き、図右のように Subface の間の厚さ方向(図の縦方向)の隙間が無くなるような圧
	縮操作をそれぞれの Subface Group ごとに行う。
义	3-8: Subface 結合の様子。図左において赤色で囲まれた頂点の組を結合することで、
	図右のようになる。図左において、 S5b の右側の頂点とS5cの左側の頂点ではS5cの
	左側の頂点の方が厚さ方向で上に位置しているため、S5cの左側の頂点にS5bの右側
	の頂点がマージされ、図右のようになる。15
义	3-9: 辺を近づけたときに継ぎ手が干渉するケース (画像出展:[14])。 点 A と D, B と
	C が互いに近づいたとき、辺 AB および辺 CD に作成する継ぎ手が互いに干渉しあ
	うという問題が起こる。16
义	3-10: 継ぎ手の干渉が起こる例。実物の写真(図左)では黄色の丸で囲った部分に隙
	間があるが、ここまでの手法で作成された幾何モデル(図右)では継ぎ手の干渉に
	より隙間が表れていない。17
义	3-11:継ぎ手を作成する辺の両端の頂点の移動。図は断面方向から面を見た様子で、
	黒の実線は面の断面、白丸は頂点、黒の点線は接続関係にある頂点の組を表す。図
	左のような構造で継ぎ手が干渉することを避けるため、図右のように頂点を継ぎ手
	の高さ方向と逆向きに移動させる。17
义	3-12: 辺を単純に移動させた場合。図は上面から面を見た様子で、線分で囲まれた領
	域が面、線分が辺、白丸が頂点を表す。図左に緑色で着色した辺を移動させると、そ
	れぞれの要素は図右の実線で示すような状態になる。このとき、赤色で著色した部
	分が元の面からはみ出しており、他の面と干渉を起こすことがある。
义	3-13: (1)のパターンの頂点の移動方法。頂点vは、図左に青色の矢印で示すように
	移動させる。他の頂点も移動させると結果は図右のようになり、変形した面が元の
	面からはみ出すことはなくなる。18
义	3-14: (2)のパターンの頂点の移動方法。頂点vは、図左の青矢印で示すように移動
	させる。他の頂点も移動させると、結果は図右のようになる。
义	3-15:(2)のパターンの頂点の移動方法。E1と11の距離よりもE2と12の距離の方が大き
	いので、頂点vは、図左で青矢印に示すように移動する。他の頂点も移動させると、
	結果は図右のようになる。18
义	3-16: 文献[9]で提案されているバネの配置方法。同一の面に属する頂点の間にバネを
	配置する。
X	3-17:幾何モデル生成の様子。(a)のような折りたたみ構造情報を入力して、(b)の幾
	何モデルが出力される。これに対してユーザが形状に微調整を施すことで(c)のよう
_	な幾何モデルが作成できた。
図	3-18: やっこ(左)とアルファベットのN(右)。継ぎ手をずらすことでやっこの顔部

分やNの右上に見られる、裏面がはみ出すような形状を作成することができる。21 図 3-19: 継ぎ手が干渉して隙間が埋まっているモデル(左)と 隙間が再現されている モデル(右)。継ぎ手を引き離す処理を加えたことで隙間を再現することができた。 図 4-1:提案手法の流れ。はじめに多面体の幾何モデルを読み込む。次に幾何モデル上 の辺のどこに折り込みを入れるかを決定する。最後に幾何変形を行い、折り込みの 図 4-2:対象の幾何モデル(左)と作成された展開図(右)。図右では、赤色の線分が折 り込み位置の辺、黒色の線分が変更しない辺、その他の色の線分は、折り込み位置 図 4-3:隙間の作成の様子。折り込み位置の辺Eを2辺E1,E2に分離することで、図左の ような辺Eで接続する2面の間に、図右のように隙間を設ける。......24 図 4-4: 面の追加の様子。設けた隙間ごとに幾何モデルの内側に内部頂点vinnerを作成 図 4-5: 切り込みの先端の処理の様子。他の切り込みの辺と接続されていない切り込み 図 4-6:入力(左)と出力(右)。幾何モデルに切り込みのような隙間が作成され、その 図 4-7: テクスチャ画像(左)とノイズ画像(右)。図左の白線は折り込みを追加した立 図 4-8:提案手法適用前(左)と適用後(右)のレンダリング結果。テクスチャとディス プレイスメントマッピングによって図左もある程度折り紙らしく見えるが、折り込 図 4-9: 生成した幾何モデルとそのレンダリング結果。図左が提案システムで生成され た幾何モデルで、図右がそれをレンダリングすることで得られた画像である。…28

第1章 序論

1.1 研究背景

CG 技術の発展は目覚ましく、近年ではあらゆるものをリアルに表現できるようになりつつ ある。写実的な CG 画像または映像を作成するためにはレンダリング技術が重要であるが、 その前段階において対象とする物体の幾何形状を忠実にモデリングすることが必要である。 ところで、折り紙は日本に古くから伝わる文化の1つであり、近年では緻密で複雑な折り紙 作品が様々に作りだされている。そのような折り紙作品は人の目を惹くため、企業の宣伝に 用いられることも多い(図 1-1)。しかしながら、このような、薄い素材が複雑に折り重なっ てできる形状を計算機上に正確に構築することは容易ではない。そのため、折り紙の形状を 忠実に再現した CG 画像または映像を制作するには多大な手間を要するという問題がある。 例えば、図 1-2 に示すような折り紙作品の幾何モデルを市販の CG 制作ソフトウェアを用い て作成したところ、30~40時間ほどの作業時間が必要であった。

1.2 研究目的

本研究では、写実的な CG 制作に用いることのできる折り紙の幾何モデルを簡易な方法で 生成できるようにすることを目標とする。折り紙には様々な形状の作品が存在するが、ここ では、平坦に折りたたまれた形状のものと立体的な形状のものの2種類に分けて考える。平 坦に折りたたまれた形状の折り紙(平坦折り紙)ついては、三谷の開発した折り紙の展開図 専用エディタ ORIPA[3]により、その展開図から折りたたみ後の面の形状と、その面の重なり 関係を求めることができる。そこで、ORIPA から出力されるこの折りたたみ構造情報を基に、 紙の厚みを考慮して幾何モデルを構築する手法を考案した。また、個々の折り紙作品が持つ その作品特有の形状を全自動で作成することは難しいため、手作業での微調整を行うための ユーザインタフェースの実装を行った。その結果、図 1-3 に示すような結果が得られた。

立体的な形状の折り紙については、ここでは内部に空洞を持つ多面体のような形状のもの に限定して考えることとした。平坦折り紙では折りたたみ構造情報を基に幾何モデルを生成 することができたが、立体形状を持つ折り紙に対してそのような情報を得ることは容易では ない。そこで、実際の構造を再現するのではなく、外見が「折り紙らしく」見えることを目指 し、多面体の折り紙のように見える幾何モデルを自動生成する手法を考案した。その結果、 図 1-4 に示すような結果が得られた。



図 1-1: 企業の宣伝に用いられた作品例[1][2]



図 1-2: 悪魔[前川淳]の写真(左)とそのCG(右)



図 1-3: 第3章の提案手法で作成した幾何モデル(左)とそのレンダリング結果(右)



図 1-4: 第4章の提案手法で作成した幾何モデル(左)とそのレンダリング結果(右)

1.3 本論文の構成

本論文は全5章で構成される。第1章では研究背景と目的を述べた。第2章では本研究の 関連研究について、第3章では平坦折り紙の幾何モデルを生成する手法について、第4章で は多面体のような立体形状の折り紙の幾何モデルを生成する手法について、第5章では結論 を述べる。

第2章 関連研究

この章では本研究に関連する既存研究について記述する。はじめに折り紙のモデル化に関 する研究について、次に折り紙の CG 用の幾何モデル生成に関する研究について、最後に折 り紙のレンダリングに関する研究について述べる。

2.1 折り紙のモデル化に関する研究

折り紙を計算機上にモデル化する手法が研究されている。Kato ら[4]は、折り図画像に含ま れる記号情報から折り操作を解析し、折り紙モデルを逐次更新することで計算機上に折り紙 形状を取り込む手法を提案している。三谷[5]は、表裏に 2 次元バーコードが分散配置された 紙を用い、その折りたたんだ状態を撮影した画像から折りたたみ構造を認識して計算機上に モデル化する手法を提案している。また、三谷の開発した折り紙の展開図専用エディタ ORIPA[3]には、平坦折り紙の展開図を入力として、その折りたたみ後の面と面の重なり関係 を構築する手法が実装されている(図 2-1)。これらの手法でモデル化された折り紙は、厚さ 0 の平面多角形の集合として表現され、紙の厚みにより生じる立体形状を持たない。そのた め、ここで生成されるモデルを写実的な CG の制作に用いることはできない。本研究では、 写実的な CG 制作に用いることができるような折り紙の幾何モデルを生成することを目的と する。紙の厚さを考慮に入れた折り紙の研究としては、横山ら[6]の研究が挙げられる。横山 らは厚さを持った紙を平坦に折るシミュレーションを行い、その際に生じる紙の厚みとずれ を実際のコピー紙および画用紙を折った場合との比較実験を行っている。本稿第3章では、 ここで提案されている紙の厚さの計算式を用いた。



図 2-1: ORIPA[3]により作成された折り紙の展開図(左)と折りたたみ後の形状(右)。線分で 分割された閉領域の折りたたみ後の重なり順を計算することで、折りたたみ後の形状を推定して いる。

2.2 折り紙の CG 用の幾何モデル生成に関する研究

CG 制作に用いるための折り紙の幾何モデル生成に関しては、Nistch[7]が 3DCG 制作ソフト ウェア Maya を用いて折り紙の CG 作品を作成する方法について述べている。Nistch は Maya 8.0 に搭載されている機能を用いて、折り紙をモデリングする方法と折り紙らしい画像を生成 するためのマテリアル設定について研究を行っている(図 2-2)。しかし、折り紙のような面 が多層に折り重なる幾何モデルを作成する際には、実際に紙を手で折る場合と比べて複雑で 煩雑な操作が必要になることが多い。また、面の自己干渉が起こりやすいということからも、 手作業でモデリングを行うことは容易ではない。Miyazaki ら[8]や古田ら[9]は折り紙のシミュ レータの研究および開発を行っている(図 2-4)。また、Paczkowski ら[10]はマルチタッチ・ インタフェースを用いて、紙のような薄い素材のモデリングを行うためのシステムを開発し ている。これらのシステムでは紙の形状モデリングに特化することで簡単な構造の折り紙で あれば直感的に作成できるようになっている。しかしながら、手作業で折り紙のモデリング をすることが困難であるという問題は完全には解決されていない。

自動で折り紙の形状を構築する手法としては、Tachi[11]の開発したシステムが挙げられる。 Tachi は、「多角形の剛板がヒンジで連結されたモデル」と置き換えることのできる折り紙を 対象として、その制約条件に基づく面の動きをシミュレーションすることで、折り紙の展開 図からそれを折ってできる形状を生成する手法を提案している(図 2-6)。制約条件により望 んだ形状を得ることが難しい場合もあるが、ユーザがモデリングを行う場合に比べて手間は かからない。

本研究では、システムによる自動のアプローチを用いて折り紙の CG 用の幾何モデルを容 易に作成できるようにすることを目指す。



図 2-2: 文献[7]の作品例。CG 制作ソフトウェア Maya を用いてモデリングとレンダリングを行 う方を研究し、図のような作品の制作を行っている。



図 2-3: 文献[8]のシステムにより作成された作品例。マウスのドラッグ操作で頂点を動かすこ とで紙の形状を操作することができるインタフェースが開発し、図のような幾何モデルを作成し ている。



図 2-4: 文献[9]のシステムにより作成された作品例。マウスを用いて直感的に紙の折り操作を 行うことのできるインタフェースが開発し、図のような幾何モデルを作成している。



図 2-5: 文献[10]のシステムにより作成された作品例。タッチパネル入力を用いて紙の形状を直 感的に操作することのできるインタフェースが開発し、図のような幾何モデルを作成している。



図 2-6:文献[11]の手法によるシミュレーションの様子。ヒンジで接続された剛体の面の動きをシ ミュレートし、そのように扱うことのできる折り紙の幾何モデルを生成している。

2.3 折り紙のレンダリングに関する研究

写実的な CG の制作にはレンダリング技術が重要であり、対象とする物体の質感を適切に 設定する必要がある。Bartman ら[12]は、計測実験を行うことで、紙の反射がランバート反射 ではないことを示している。Papas ら[13]は実際の紙を用いて計測を行い、その結果に基づい て紙の双方向散乱分布関数(BSDF)を提案している(図 2-7)。

2.1節で述べたような手法で折り紙を計算機上に構築する場合、折り紙は複数の平面多角形 が同一平面上で重なっているような構造で表現されることが多い。三谷ら[14]は、そのような 構造をもつ形状データの3次元構造を視覚的に容易に理解できるような、ノンフォトリアリ スティックのレンダリング手法を提案している(図 2-8)。この手法はレンダリングを行う前 にレンダリング対象とする折り紙モデルの幾何形状を再構築する点に特徴がある。本稿第3 章では、ここで提案されている手法を紙の厚みを持った折り紙の幾何モデルの構築に用いた。 また、三谷[15]は面の重なり順に閉ループを持つ平坦折り紙を対象として、正面から見た状態 を正しい折りたたみ構造で表示する手法を提案している。Furutaらは、幾何学情報よりも折 り紙の構造を優先して表示内容を決定することで、面の自己干渉が起こっている折り紙の幾 何モデルを構造的に正しくレンダリングする手法を提案している(図 2-9)。こちらは対象と を平坦折り紙に限定せず、立体的な形状のものも扱うことができる。

これらの技術を組み合わせることができれば、写実的な折り紙のレンダリングが可能になると予想される。しかしながら、レンダリングを行うためには対象の幾何形状を忠実にモデリングする必要があるが、折り紙のような形状については 2.2 節で述べたように、幾何形状の生成が難しいという問題がある。そこで、本研究では折り紙のレンダリング手法に関する考察は行わず、いかに簡単な方法で紙を折って作ったことが伝わるような折り紙の幾何モデルを作成するか、という点に主眼を置いた。



図 2-7: 文献[13]の BSDF を用いたレンダリング結果。計測に基づく紙の BSDF が提案されており、それを用いることで図のようなレンダリング結果が得られている。



図 2-8: 文献[14]の手法による形状再構築前(左)と形状再構築後(右)のレンダリング結果。 図左のように同一平面上に重なっているモデルの形状を再構築することで、図右のようにその構 造が視覚的に把握できる画像を生成している。



図 2-9:単純なレンダリング結果と文献[16]の手法によるレンダリング結果の比較。(a)のように 自己干渉を起こしている折り紙の幾何モデルに対して、文献[16]の手法を用いることで(b)のよう に表示することができる。(c)のようにエッジの表示も正しく行うことができる。

第3章 平坦折り紙の幾何モデル生成

本章では平坦折り紙の幾何モデルを生成する手法について述べる。3.1節で提案手法を説明 し、3.2節で提案手法を用いて生成した幾何モデルについて述べる。

3.1 提案手法



図 3-1:提案手法の流れ。まず折りたたみ構造情報を読み込む。その後、読み込んだ情報を基に 幾何モデルの生成を行う。

平坦折り紙の幾何モデル生成手法の流れは、図 3-1 のようになる。まず折りたたみ構造情報を読み込み、これを用いて紙の厚みによる立体形状を持った幾何モデルを自動生成する。 その後、ユーザが幾何モデルの形状の微調整を行い、面の歪みや傾きを与えることで幾何モ デルが完成される。以降、3.1.1 で平坦折り紙の折りたたみ構造情報について、3.1.2 で厚みを 持った幾何モデルの自動生成について、3.1.3 で 3.1.3 ユーザ入力による微調整について順に 説明する。

3.1.1 平坦折り紙の折りたたみ構造情報

入力とする平坦折り紙の折りたたみ構造情報は、ORIPA[3]により生成されるデータを用いた。ORIPAで作られる折りたたみ構造情報は、多角形の面の位置と形状および面の接続関係に関する情報と、面の重なり関係の情報で構成される。面の重なり関係は折り紙を構成する面の数をNとしたときN×N正方行列で与えられ、各要素m_{ij}は以下の3つの状態のうちのいずれかで表される。

- U(Upper) : $\overline{m}F_i$ は $\overline{m}F_i$ の上に重なる。
- L(Lower) : 面 F_i は面 F_i の下に重なる。
- - (Undefined): 面 F_i と面 F_i は重ならない。

3.1.2 厚みを持った幾何モデルの自動生成

始めに文献[14]で提案されている同一平面上に折り重なる面の再構築手法を用いて、面の再 配置と面の継ぎ手の生成を行い、厚みのある幾何モデルを構築する。その後、重なり方を考 慮して面の分割を行い、分割された面ごとに厚さ方向の圧縮変形を加えることで、より平坦 折り紙らしい幾何形状に近づける。また、文献[14]で今後の課題とされていた問題の発生を防 ぐような処理も行った。以降でそれぞれについて詳しく述べる。

面の再配置

ORIPA で作成される折り紙モデルは平面多角形の集合で表現される。そのため、重なり合う面が同一平面上に配置され、折り紙モデルは紙の厚みによる立体形状を持たない。三谷ら [14]は、平面多角形をその重なり順に従って紙の厚さ方向に一定間隔に再配置することで、折り紙の構造を視覚的に識別できるようにする手法を提案している。本研究では、まずこの手法を用いて厚みのある幾何モデルを生成することとした。

三谷らの手法では、同一平面上に重なる面の重なり順を必要とする。そのため、まず入力 された面の重なり関係からこれを求める。平坦折り紙はすべての面が同一平面上に重なるた め、その面の重なり順は、各面 F_i の重なり順番 a_i (\in {0,1,2,...,N-1})を求めることで決定さ れる(ここで、面の重なり順は、厚さ方向で最も下に重なる面を0番とした)。このとき、3.1.2 で述べた面の重なり関係行列の各要素 m_{ij} は、以下のような a_i と a_j に関する不等式に置き換え られる。

- U (Upper) : $a_i > a_j$
- L (Lower) : $a_i < a_j$
- - (Undefined) : -

モデル内の全ての面が互いに重なっている場合、面の重なり関係行列から得られる連立不等 式を解くことで、全ての面の重なり順番*a_i*の大小関係を決定することができる。その後、得ら れた解の小さい方から順番に整数値を割り当てることで、面の重なり順を決定できる。一方、 モデル内の面に互いに重ならない面の組がある場合、大小関係の決定できない*a_i,a_j*の組が存 在する。そのため、面の重なり順を一意に決定することはできないが、ここでは妥当な重な り順のうちの1つを任意に選択することとした。ところで、「風車」や「ねじり折り」のよう に重なり順に閉ループを持つような折り紙は、そもそも面ごとに重なり順を決定することが できないという問題がある。三谷[15]は重なり順に閉ループを持つ折り紙に対して、その展開 図から面の重なり関係を求め、構造的に正しく CG 表示する手法を提案している。このよう な折り紙に対しては面の重なり順を用いない別のアプローチを考案する必要があるが、本稿 では面の重なり順を求めることのできる折り紙のみを扱うこととし、このような折り紙を扱 う対象から外すこととした。

次に、上記の方法で得られる面の重なり順を用いて、面の厚さ方向の位置決定を行う。各面の厚さ方向の位置は、紙の厚みと各面の重なり順番の積で決定される。ところで、文献[6]の研究では、紙を2つ折りした際の紙の厚みは次式で表現すると実測値に近い値が得られることが示されている。

$$x = a \bullet d^{i-1} \tag{1}$$

式(1)において、xは紙の厚さ、dは基本の紙の厚さ、aは折り曲げた紙の間に存在する紙の枚数、 iは実際の値とのずれを調整するパラメータである。文献[6]では、d=0.5、i=0.8とした際に 実測値とのずれが最小であったと述べられており、本研究でもこの値を用いた。

面の継ぎ手生成

引き続き三谷ら[14]の手法に則って、接続関係にある 2 つの面の間に継ぎ手として面を追加する。1 つの継ぎ手は 3 枚の四角形の面で構成され、図 3-2 のように、断面が台形になるように配置する。ここで、継ぎ手の高さは、図 3-3 のように、一番内側の継ぎ手の高さをhとした場合、それをまたいで配置する継ぎ手の高さは2hとなるようにする。すなわち、間にある継ぎ手の高さの最大値がnhであった場合、(n+1)hとなるようにする。文献[14]においてhは式(1)で求められる紙の厚さの 2 分の 1、台形の上辺の長さは(底辺の長さ)×0.6とされており、本研究でもこの値を用いた。



図 3-2:継ぎ手を追加する様子1。図において、実線の線分は面の断面、白丸は頂点、破線は面 (の頂点)の接続関係を表す。図左のような2枚の面に対し、図右に青色で示すような面を継ぎ 手として追加する。



図 3-3:継ぎ手を追加する様子 2。内側の継ぎ手の高さをhとしたとき、それをまたぐ外側の継 ぎ手の高さは2hとする。底辺の長さをWとしたとき、上辺の長さwは、0.6×Wとする。

厚さ方向の圧縮変形

ここまでの処理で厚みのある平坦折り紙の幾何モデルを生成することができる。しかしな がら、三谷ら[14]の手法は折り紙の構造把握を目的としているため、生成される幾何モデルの 形状を実物の折り紙の形状と比較した場合、厚さ方向にできる隙間とその周りの面の形状に 違いがある。この隙間と面の形状の違いは、図 3-4 のような、面の断面が外観に現れる部分 で顕著である。例えば、図 3-4 においては、生成される幾何モデルでは黄色で着色した2 断 面が直線的で平行になっており、2 面の間には一様に隙間があることがわかる。一方で、実物 の折り紙では断面はくの字に曲がっており、2 面間の隙間は一様でないことがわかる。





図 3-4:生成される幾何モデルと実物の折り紙との形状の比較。ここまでの処理(面の再配置と 継ぎ手生成)で生成される「やっこ」の幾何モデル(図左)と実物の写真(図右)の袖部分を拡 大した図を示す。 この問題を解決するために次のような処理を行った。。ここで、継ぎ手を Bridge、Bridge で ない面を Face、Face を分割して作られる多角形を Subface と呼ぶものとする。

Step 1. Face を厚さ方向に重なる他の Face の輪郭線で Subface に分割する。
Step 2. Subface を厚さ方向の隙間を埋めるように再配置する。
Step 3. Subface を結合する。

処理の流れを図 **3-5** に示す。 (i)のような Face の集合が与えられたとき、 Step 1.では、(ii)の ように Face を Subface に分割する。ここで作成された Subface は、3 つの Subface Group A,B,C のいずれかに属する。Step 2.では、(iii)のように Subface の再配置を行う。Step 3.では、(iv)の ように Subface の結合を行う。以降、それぞれの Step で行う処理の詳細について詳しく述べ る。



図 3-5: 「厚さ方向の圧縮変形」の流れ図。図において、黒線は Face または Subface の断面、 白丸は頂点、Fは Face、Sは Subface を表す。(i)のような Face の集合が与えられたとき、(ii)の ように Face を分割する(Step 1.)。次に(iii)のように Subface の再配置を行う(Step 2.)。最後 に(iv)のように Subface の結合を行う(Step 3.)。

Step 1.では幾何モデル中の Face の分割を行う。それぞれの Face は、厚さ方向から見た他の Face の輪郭線によって複数の Subface に分割する。図 3-6 に分割の様子を示す。例えば、図 3-6 における Face F_2 は 3 つの Subface に分割され、3 つの Subface はそれぞれ Subface Group B, C, D に属する。



図 3-6: Face の分割の様子。4 つの Face F_1 - F_4 (左) が重なっているとき(中)、各 Face をその 他の Face の輪郭線で分割する(右)。(画像出展:[17])

Step 2.では、Subface の再配置を行う。ここで、厚さ方向で互いに重なり合う Subface の集合 合を Subface Group とする(Step 1.における、1 つの Face を分割して作成する Subface の集合 とは異なることに注意されたい。図 3-6 の場合、A, B, C, D の 4 つの Subface Group が形成さ れる。各々の Subface はいずれか 1 つの Subface Group に属し、複数の Subface Group に属す ることはない)。このとき、Subface 間に厚さ方向の隙間が無くなるように、Subface Group ご とに Subface の再配置を行う。Subface の再配置の例を図 3-7 に示す。Subface の再配置は Subface Group ごとに行われ、各 Subface の再配置後の厚さ方向の位置は、その Subface の Subface の 重なり順番で決定される(ここで、Subface の 重なり順番は、厚さ方向で 最も下に重なる Subface の 重なり順番を 0 番とした。図 3-7 (左) において、Subface Group A に含まれる Subface S_{1a}, S_{2a}, S_{5a} の重なり順番はそれぞれ 0,1,2 となる)。重なり順番iの Subface の 厚さ方向の位置は、(重なり順番 0 の厚さ方向の位置)×iとなる。



図 3-7: Subface の再配置の例。図左のように 3 つの Subface Group があるとする。このとき、 図右のように Subface の間の厚さ方向(図の縦方向)の隙間が無くなるような圧縮操作をそれぞ れの Subface Group ごとに行う。

Step 3.では、同一の Face から作成された Subface を結合する処理を行う。Subface の結合は、 Subface を構成する頂点のマージによって行う。Subface 結合の様子を図 3-8 に示す。厚さ方 向の位置が等しい 2 頂点の組は、その 3 次元座標も等しいため、マージ前と後で頂点の座標 の変化はない。図 3-8 (左) において、 S_{5a} の右側の頂点と S_{5b} の左側の頂点はそれぞれ異なる 位置に図示されているが、実際には 3 次元座標上で同一の位置に配置されている。厚さ方向 の位置が異なる 2 頂点の組は、厚さ方向の位置が高い頂点に他方の頂点をマージすることと した。図 3-8 (左) における S_{5b} の右側の頂点と S_{5c} の左側の頂点の結合は、 S_{5c} の左側の頂点 に S_{5b} の右側の頂点がマージされる。



図 3-8: Subface 結合の様子。図左において赤色で囲まれた頂点の組を結合することで、図右の ようになる。図左において、 S_{5b} の右側の頂点と S_{5c} の左側の頂点では S_{5c} の左側の頂点の方が厚 さ方向で上に位置しているため、 S_{5c} の左側の頂点に S_{5b} の右側の頂点がマージされ、図右のよう になる。

継ぎ手の干渉の解決

文献[14]では図 3-9 のような構造で、点 A と D, B と C がそれぞれ同一の場所になったと き、継ぎ手同士が干渉するという問題が課題として残されていた。本稿で対象とした折り紙 の中にもこのような構造を持つものは少なくなく、図 3-10 に示す「かぶと」が例として挙げ られる。本研究ではこの問題を解決するため、図 3-11 に示すように、継ぎ手を作成する辺の 両端の頂点をその継ぎ手の高さ方向の逆方向に移動させる処理を行った。ある辺Eの移動距 離は、Eを内部に含む最も大きい継ぎ手B_{Max}の高さに微小な値αを加えた値とした。ここで問 題となるのが、辺Eの両端の頂点の移動方向である。単純に継ぎ手の高さ方向と逆向きに移動 させた場合、Eの両端点の属する面の形状が歪んでしまう(図 3-12)。辺の移動距離は面の大 きさに対して微小な値であるため、面の歪みそのものが幾何モデルの外観に影響を与えるこ とはないが、図 3-12(右)に赤で着色したような元々の面からはみ出す部分が他の面と干渉 を起こす場合がある。そこで、このような問題を防ぐため、ここでは以下のように頂点ごと に移動方法を決定することした。

(1) 移動する1つの辺が接続する頂点vの移動

頂点*v*が2辺*E*, *E*′の端点となり、辺*E*の移動距離を*d*とする(辺*E*′の移動距離は0)。このとき、頂点は、面の法線方向から見た際に辺*E*と並行かつ距離が*d*の直線*l*と辺*E*′との交点に移動する。図 3-13 に移動の様子を示す。

(2) 移動する2つの辺が接続する頂点vの移動

頂点vが 2 辺 E_1 , E_2 の端点となり、辺 E_1 の移動距離を d_1 、面の法線方向から見た際に辺 E_1 と 並行かつ距離が d_1 の直線を l_1 、辺 E_2 の移動距離を d_2 、面の法線方向から見た際に辺 E_2 と並行か つ距離が d_2 の直線を l_2 とする。このとき、頂点vは 2 直線 l_1 , l_2 の交点に移動する。図 3-14 に移 動の様子を示す。2 直線 l_1 , l_2 が交点を持たない場合、次のような方法で決定する。頂点vを端 点に持つ辺のうち 2 辺 E_1 , E_2 の属する面に含まれる辺をそれぞれ E'_1 , E'_2 とする。 l_1 と E'_1 、 l_2 と E'_2 の交点をそれぞれ v_1 , v_2 とし、この 2 頂点のうち d_1 と d_2 の大きい方に対応する頂点に移動 する。図 3-15 に移動の様子を示す。



図 3-9: 辺を近づけたときに継ぎ手が干渉するケース(画像出展:[14])。点AとD, BとCが互いに近づいたとき、辺ABおよび辺CDに作成する継ぎ手が互いに干渉しあうという問題が起こ

る。



図 3-10:継ぎ手の干渉が起こる例。実物の写真(図左)では黄色の丸で囲った部分に隙間があ るが、ここまでの手法で作成された幾何モデル(図右)では継ぎ手の干渉により隙間が表れてい ない。



図 3-11:継ぎ手を作成する辺の両端の頂点の移動。図は断面方向から面を見た様子で、黒の実 線は面の断面、白丸は頂点、黒の点線は接続関係にある頂点の組を表す。図左のような構造で継 ぎ手が干渉することを避けるため、図右のように頂点を継ぎ手の高さ方向と逆向きに移動させ

る。



図 3-12:辺を単純に移動させた場合。図は上面から面を見た様子で、線分で囲まれた領域が 面、線分が辺、白丸が頂点を表す。図左に緑色で着色した辺を移動させると、それぞれの要素は 図右の実線で示すような状態になる。このとき、赤色で著色した部分が元の面からはみ出してお り、他の面と干渉を起こすことがある。





図 3-13: (1)のパターンの頂点の移動方法。頂点vは、図左に青色の矢印で示すように移動させる。他の頂点も移動させると結果は図右のようになり、変形した面が元の面からはみ出すこと はなくなる。



図 3-14: (2)のパターンの頂点の移動方法。頂点vは、図左の青矢印で示すように移動させる。他の頂点も移動させると、結果は図右のようになる。



図 3-15:(2)のパターンの頂点の移動方法。 $E_1 \ge l_1$ の距離よりも $E_2 \ge l_2$ の距離の方が大きいので、頂点vは、図左で青矢印に示すように移動する。他の頂点も移動させると、結果は図右のようになる。

3.1.3 ユーザ入力による微調整

折り紙の面のずれや傾きなどの細かな形状を全自動で生成することは難しいため、手作業 による簡単な微調整を行うためのユーザインタフェースの実装を行った。ユーザは、マウス 操作によりモデル内の頂点を移動させることができる。ここで、文献[9]で提案されているバ ネマスモデルを、本研究において手作業による微調整を行うためのユーザ支援機能として用 いた(図 3-16)。同一の面に属する頂点間に仮想のバネを配置し、これをシミュレートして頂 点位置を修正することで、ユーザの微調整により面の形状が大きく歪むことを防ぐことがで きる。一般的なバネモデルでは、頂点にかかる力を式(2)で表すことができる。

$$F_i = \sum_j \left\{ k \left(1 - \frac{L_{ij}}{|r_{ij}|} \right) r_{ij} + Dv_{ij} \right\} - m_i g \tag{2}$$

式(2)において、 F_i は頂点iにかかる力、kはバネ定数、 L_{ij} はバネの自然長、 r_{ij} は頂点jに対する 頂点iの相対位置、Dはダンパー定数、 v_{ij} はである頂点jに対する頂点iの相対速度、 m_i は頂点iの質量、gは重力加速度である。文献[4]ではk = 1、D = 0、m = 1、g = 0として簡略化した計 算式を用いており、本研究でもこれを用いた。また、 L_{ij} は2項点i, jを両端点に持つ辺の初期 の長さとした。(2)の数値計算はオイラー法を用いて行う。式(3)、式(4)により頂点iの速度 v_i と 位置 r_i を求めることができる。

$$v_i(t + \Delta t) = v_i(t) + d \frac{F_i(t)}{m} \Delta t$$
(3)

$$r_i(t + \Delta t) = r_i(t) + v_i(t)\Delta t \tag{4}$$



図 3-16: 文献[9]で提案されているバネの配置方法。同一の面に属する頂点の間にバネを配置する。

3.2 結果

本節では提案システムで作成したモデルを示す。幾何モデル生成の様子を図 3-17 に示す。 ORIPAで(a)のように形状推定される折りたたみ構造情報を入力としたとき、提案システムに よって(b)のような幾何モデルが自動生成される。これに対して、開発したユーザインタフェ ースを用いてユーザが形状編集を施すことで(c)のような幾何モデルが作成できた。幾何モデ ルの形状の微調整に要した時間は5分程度であった。これを mentalray for Maya2015[18][19]で レンダリングしたところ、図 3-18 (左)を生成することができた。この際、レンダリングで 得られる表面の質感を考慮して、パーリンノイズをバンプマップとして使用した。また、接 続関係にある面の間に継ぎ手表現として追加した面にずれを与えることで、図 3-18 (右)の 右上部分に見られる「裏面のはみ出し」のような表現を行うことができる。折り紙を計算機 上にモデル化した場合に扱うことが難しいこのような現象を容易に再現できるようになった ことは、面の継ぎ手を表現する面を追加したことの副次効果と言える。さらに、図 3-19 (左) では継ぎ手同士が干渉して隙間が無くなってしまっていたが、継ぎ手の干渉を防ぐ処理を行 ったことで図 3-19(右)のように折りたたみ構造上存在する隙間を忠実に再現することができた。また、その他に本システムを用いて作成した幾何モデルを図 3-20に示す。

ここで示した幾何モデルの作成に要した時間はユーザの形状編集作業時間を含めて5分から10分程度であった。このことから、提案手法によって平坦折り紙のリアルなCG画像が短時間で容易に作成できるようになったと言える。



図 3-17:幾何モデル生成の様子。(a)のような折りたたみ構造情報を入力して、(b)の幾何モデルが出力される。これに対してユーザが形状に微調整を施すことで(c)のような幾何モデルが作成できた。



図 3-18: やっこ(左)とアルファベットのN(右)。継ぎ手をずらすことでやっこの顔部分やN の右上に見られる、裏面がはみ出すような形状を作成することができる。





図 3-19:継ぎ手が干渉して隙間が埋まっているモデル(左)と 隙間が再現されているモデル(右)。継ぎ手を引き離す処理を加えたことで隙間を再現すること ができた。



図 3-20:メダル(左)と鶴(右)。

第4章 多面体の折り紙の幾何モデル生成

本章では内部に空洞を持つ多面体のような立体形状の折り紙を対象として、その幾何モデ ルを生成する手法を示す。

4.1 提案手法

平坦折り紙では折りたたみ構造の情報を基に幾何モデルを生成したが、立体形状を持つ折 り紙に対してそのような情報を得ることは容易ではない。そのため、ここでは実際の構造を 再現するのではなく、外見が「折り紙らしく」見えることを目指す。1枚の紙から多面体を 作る場合、辺のどこかに折り込みが必要となる。そこで本研究では折り紙の形状特徴として 重要な要素が「折り込み」であると仮定し、多面体の幾何モデルに対して折り込み形状の付 与を行うことで、多面体の折り紙の幾何モデルを生成する。

4.1.1 全体の流れ



図 4-1:提案手法の流れ。はじめに多面体の幾何モデルを読み込む。次に幾何モデル上の辺のど こに折り込みを入れるかを決定する。最後に幾何変形を行い、折り込みのような形状を付与す る。

多面体のような立体形状の折り紙の幾何モデル生成の流れは図 4-1 のようになる。まず多 面体の幾何モデルを読み込み、折り込み位置を決定する。その後、折り込み表現の付与を行 い、折り込み構造を持った幾何モデルを生成する。

4.1.2 折り込み位置の決定

実際の折り紙の制作においては、1 枚の紙を切らずに済むように折り込みを入れるべき適切な場所を決定することが困難な場合が多い。しかしながら、ここでは折り紙らしく見えることを目指しているため、多面体の幾何モデル上の辺を適当に選択すればよい。折り紙で作成した多面体を参考に手作業で辺を指定してもよいが、ここでは、実際に折って作ったものの再現でなくとも、「それらしく見えればよい」として、次のような方法で折り込み位置を決定することとした。

1. 多面体の幾何モデルを平面に展開する

2. 作成した展開図の輪郭となる辺を折り込み位置とする

ここで展開図は以下のような方法で作成する。

(1) 幾何モデル中のある1つの面を選択する。

(2) 選択した面を2次元平面上に展開する。

(3) まだ展開されていない面が残っている場合、展開した面と接続関係にある面を選択し(2) に戻る。そうでない場合、処理を終了する。

単純なアルゴリズムであるため複数の面が重なって配置されるような展開図が生成される場合もある。しかし、このような展開図を用いて後述する折り込み表現の追加を行った際に生成される幾何モデルの外観の折り紙らしさへの影響は無いとして、この展開方法を用いた。 図 4-2 (左)のような立方体の幾何モデルから、図 4-2 (右)のような展開図がされる。展開 図中に赤色で強調されている辺が折り込み位置となる辺である。その他の色の線分は、折り 込み位置となる辺の中で元の幾何モデルにおいて同一の辺となる辺の対応関係を示している。





図 4-2:対象の幾何モデル(左)と作成された展開図(右)。図右では、赤色の線分が折り込み 位置の辺、黒色の線分が変更しない辺、その他の色の線分は、折り込み位置の辺の対応関係を示 している。

4.1.3 折り込み表現の付与

4.1.2 項で決定した折り込み位置を用いて、折り込み表現を付与する。ここでは、以下のような処理を行った。

Step 1. 折り込み位置に切り込みのような隙間を設ける。

Step 2. 設けた隙間に面を取り付ける。

Step 3. 切り込みの先端部分を閉じる。

以降、各 Step で行う処理について詳しく述べる。

Step 1.では、図 4-3 に示すように、4.1.2 で折り込み位置と決定された辺を 2 辺に分離する ことで、折り込み位置の辺で接続する 2 面の間に隙間を設ける。ところで、折り込み位置と 決定された辺は、展開図において 2 つの辺に分離する。ここでは、各折り込み位置の隙間の 間隔*d*は、この展開図における 2 辺の中点間の距離に比例して、幾何モデル中の辺の平均の長 さの 40 分の 1 から 10 分の 1 となるようにした。



図 4-3:隙間の作成の様子。折り込み位置の辺Eを2辺 E_1, E_2 に分離することで、図左のような 辺Eで接続する2面の間に、図右のように隙間を設ける。

Step 2.では、Step 1.で設けた隙間ごとに 2 枚の三角形の面を追加する。図 4-4 に示すよう に、各隙間ごとに 1 つの頂点を幾何モデルの内部に位置するように作成し、この内部頂点と 隙間の両側の 2 辺で 2 つの三角形の面を作成する。ここで、内部頂点 v_{inner} は、 E_1 の属する面 における E_1 の対頂点 v_{E_1} の周りの面の法線ベクトルの合成ベクトルのなす直線上に、頂点 v_{E_1} との距離が幾何モデル中の辺の平均の長さの 20 分の 1 となる位置に作成した。



図 4-4:面の追加の様子。設けた隙間ごとに幾何モデルの内側に内部頂点 v_{inner} を作成し、その後、 E_1, E_2, v_{inner} で2枚の三角形を作成する(灰色部分)。

Step3.では、幾何モデルの切り込みの先端となっている部分を閉じる処理を行う。他の切り込みの辺と接続していない切り込みの辺の端点を、図 4-5 に示すように、その中点にマージする。この際、幾何モデル内側に作成した2枚の面は1辺を共有する。



図 4-5: 切り込みの先端の処理の様子。他の切り込みの辺と接続されていない切り込みの辺で は、図の上側のように頂点をマージする。

4.2 結果

提案手法により生成された幾何モデルの例を示す。図 4-6 (左)の幾何モデルを入力したと き、図 4-6 (右)の幾何モデルが生成された。ところで、それらしく幾何形状を作成しても、 レンダリングで得られる面の質感が原因で違和感を覚える可能性がある。その質感の違和感 を軽減するために、紙であることが直感的にわかりやすい新聞紙をテクスチャとして貼り合 わせた(図 4-7 (左))。また、ノイズ画像をディスプレイスメントマッピングすることで折り 紙表面の微小な波うち表現を行った(図 4-7 (右))。その結果、レンダリングによって元の幾 何モデルからは図 4-8 (左)が、提案手法で生成した幾何モデルからは図 4-8 (右)が得られ た。レンダラは mental ray for Maya 2015[18][19]を使用した。図 4-8 (左)ではテクスチャが不 連続な箇所で不自然さが感じられるのに対し、図 4-8 (右)は折り込み表現によってそれらし い様子になっている。また、その他の幾何モデルに提案手法を適用した結果を図 4-9 に示す。 上から順に、正四面体、正二十面体、Stanford Bunnyに提案手法を適用した結果で ある。ここで、Stanford Bunnyの幾何モデルは、あらかじめポリゴン数を 86 まで削減したも のを用いた。提案手法によって、面数の少ない多面体については、全自動で折り紙らしく見 える幾何モデルを生成することができた。



図 4-6:入力(左)と出力(右)。幾何モデルに切り込みのような隙間が作成され、その隙間か ら幾何モデルの内側に面が追加されている。



図 4-7:テクスチャ画像(左)とノイズ画像(右)。図左の白線は折り込みを追加した立方体の UV マップを表す。



図 4-8:提案手法適用前(左)と適用後(右)のレンダリング結果。テクスチャとディスプレイ スメントマッピングによって図左もある程度折り紙らしく見えるが、折り込み表現を行った図右 の方がよりそれらしい結果が得られている。







図 4-9: 生成した幾何モデルとそのレンダリング結果。図左が提案システムで生成された幾何モ デルで、図右がそれをレンダリングすることで得られた画像である。

第5章 結論

本稿では、写実的な CG 制作に用いることのできる折り紙の幾何モデルを簡易な方法で 生成できるようにする手法を提案した。第3章では平坦折り紙について、ORIPA で作成され るその折りたたみ構造情報を活用して幾何モデルを生成するシステムと、その幾何モデルの 形状の微調整を行うためのユーザインタフェースの開発を行った。第4章では、多面体のよ うな形状の折り紙を対象として、幾何モデルを自動生成するシステムを開発した。このよう な形状の折り紙については ORIPA から得られるような紙の重なりに関する情報を作るのが難 しく、構造を忠実に再現することは現実的でない。そこで、「折り紙らしく」見せる方法を考 案し、実装を行った。実際には折って作れる形ではないが「折り紙らしく」見える、というこ とは十分に興味深い成果である。この「折り紙らしく」見せる技術を発展させることで、広 告や映画のワンシーンのような、本当に折って作ったものである必要がない場面で用いるた めの、疑似的な折り紙作品の生成が実現できると考えられる。また、この技術があれば、図 5-1 に示すような、その内部構造の再現が困難な複雑な作品についても、(疑似的な)幾何モ デルを生成することができると考えられる。



図 5-1: 悪魔[前川淳]

謝辞

本研究を進めるにあたり、ご指導を頂いた三谷純教授、金森由博助教に感謝します。先生 方には研究の方針から文章の構成まで丁寧に指導して頂き、感謝に堪えません。また、昨年 11月の折り紙の科学・数学・教育研究集会では、日本折紙学会の皆様に数々の貴重なご意見 をいただきました。ありがとうございました。非数値処理アルゴリズム研究室の皆様には、 日常の議論を通じて多くの知識や示唆を頂きました。ここに感謝の意を表します。特に、CG について右も左もわからなかった私にレンダリングの方法を懇切丁寧に教えてくださった江 健太郎先輩と松村佳佑君、アルゴリズムや実装の考案に協力いただいた加瀬悠人先輩と菊池 敬済君、鉛筆の使い方や人物画の描き方について厳しくも熱い指導をしてくださった松川剛 久先輩に心から感謝します。本当にありがとうございました。

参考文献

[1] おりがみはうす. 小型旅客ジェット機 MRJ.

http://www.origamihouse.jp/works/12work/mitsubishi.html (参照 2016-1-8).

[2] Bakken Design. Google Maps Origami. http://designyoutrust.com/2015/03/google-maps-origamiby-bakken-design (参照 2016-1-8).

[3] 三谷純. 折紙の展開図専用エディタ(ORIPA)の開発および展開図からの折りたたみ形状推定. 情報処理学会論文誌, Vol.48, No.9, pp.3309-3317,(2007).

[4] Kato, J., Watanabe, T., Hase, H. and Nakayama, T.: Understanding Illustrations of Origami Drill Books, 情報処理学会論文誌, Vol.41, No.6, pp.1857-1873, (2000).

[5] 三谷純: 二次元バーコードを用いた紙の折りたたみ構造の認識とモデル化; 情報処理学会研究報告, 2005-CVIM-150, pp. 115-122, (2005)

[6] 横山卓弘, 高井昌彰. 厚さを持った折り紙シミュレーションとその評価. グラフィックス と CAD, 101-4, pp. 19-24, (2000).

[7] Nitsch, E. J. When pigs fly: a study of computer generated paper folding. M.S. thesis, Texas A&M University, (2008).

[8] Miyazaki, S., Yasuda, T., Yokoi, S. and Toriwaki, J.: An Origami Playing Simulator in the Virtual Space, The Journal of Visualization and Computer Animation, Vol.7, No.1, pp.25. 42 (1996).

[9] 古田陽介, 木本晴夫, 三谷純, 福井幸男. マウスによる仮想折り紙の対話的操作のための 計算モデルとインタフェース.情報処理学会論文誌, Vol.48, No.12, pp. 3658-3669, (2007).

[10] P. Paczkowski, J. Dorsey, H. Rushmeier, and M. H. Kim. Paper3D: Bringing Casual 3D Modeling to a Multi-Touch Interface. Proceedings of the 27th annual ACM symposium on User interface software and technology, pp.23-32, (2014).

[11] Tomohiro Tachi. Simulation of rigid origami. Origami, Vol. 4, pp. 175-187, (2009).

[12] Bartman F. L., Chaney L. W., Surm M.: Reflectance of Kodak White Paper. Tech. rep., University of Michigan, (1964).

[13] Papas, Marios, Krystle de Mesa, and Henrik Wann Jensen. A Physically - Based BSDF for Modeling the Appearance of Paper. Computer Graphics Forum. Vol. 33. No. 4. 2014.

[14] 三谷純, 鈴木宏正. 折り紙の構造把握のための形状構築と CG 表示. 情報処理学会論文誌, Vol.46, No.1, pp. 247-254, (2005).

[15] 三谷純. 平坦折紙のための重なり順に閉ループを持つ平面集合のレンダリング手法. 情報処理学会研究報告グラフィクスと CAD(CG). pp.47-52, (2007).

[16] Yohsuke Furuta, Jun Mitani, and Yukio Fukui. A Rendering Method for 3D Origami Models using Face Overlapping Relations. Smart Graphics, pp.193-202, (2009).

[17] 三谷純. 折り紙研究ノート. http://mitani.cs.tsukuba.ac.jp/origami/ (参照 2016-1-8).

[18] Autodesk, Inc. Maya. http://www.autodesk.co.jp/products/maya/overview (参照 2016-1-20).

[19] NVIDIA Corporation. mental ray. http://www.nvidia.co.jp/object/nvidia-mental-ray-jp.html(参照 2016-1-20).