

# 3D 折り紙アニメーションのためのモデリングソフトウェアの開発

システム情報工学研究科 2年 200620987 古田 陽介

指導教員： 三谷 純 福井 幸男

2007年 5月 31日

## 1. はじめに

折り紙は日本の伝統芸能であるとともに幾何学とも深い係わり合いがある。また、折り紙を折ることは指先の器用さを鍛えることにもなるため、折り紙は教材として非常に優れている。実際に数学教育の現場で折り紙が利用されたりもしているが<sup>[1]</sup>、現状では紙の折り方をわかりやすく伝えることができる教本が不足しているという問題点がある。

これまでは主に「折り図 (図1)」が折り紙の折り手順を伝えるために用いられてきた。これは紙を折ることで形が変化していく様子を矢印などを交えながら一つ一つ絵に描いて表したものであり、複雑な形状の場合は描く絵の枚数が多くなってしまいう問題点がある。また、絵と絵の間に本来なら存在しているはずの時間的なつながりに関する情報を表現できないため、見る人にとっても折り方を容易には理解しにくい。

そこで、近年の計算機の性能向上に伴って注目を集めるようになったのが3DCGアニメーションを利用した折り手順伝達手法である。3DCGアニメーションを用いれば、

折り図では失われてしまう時間的なつながりに関する情報も表現できるとともに、ユーザは任意の視点から好きな場所を拡大・縮小して試みることができるため、折り方をより把握しやすい。しかしながら、現在市販されている一般的な3Dモデリングソフトでは折り紙のような形状を扱うのには向いて折らず、意図したモデルを生成しにくいという問題点があった。

そこで本研究では、そのような折り紙の折り手順を伝えるための3DCGアニメーションを簡単に生成できるようなシステムの構築を目指す。そのために必要となる、計算機上で折り紙の形状を表現するための計算モデルとアルゴリズム、および紙を折るためのインタフェースについて述べる。

## 2. 関連研究

折り紙についての研究として、複雑な形状を折り出すための設計手法に関するものが近年活発に発表されている。代表的なものとしてはLangによる研究<sup>[3]</sup>があげられる。

計算機上で折り紙を扱う研究としては、内田らによる展開図から折り上がる形状を推定するアルゴリズムに関するものがある<sup>[4]</sup>。また、井田らは折り紙の持つさまざまな幾何学的性質を検証したり証明したりするためのシステムを計算機上に構築している<sup>[5]</sup>。

Miyazakiらは計算機を用いて折り紙を対話的に操作する手法と、それによって折り紙の形状が逐次変化する際のデータ更新の手法を提案している<sup>[6]</sup>。この研究で目指しているものは本研究と非常に近いが、この論文で用いられている幾何学的制約に基づく形状計算手法では同一平面上にない複数の面の動きを計算できない。本研究では面の相

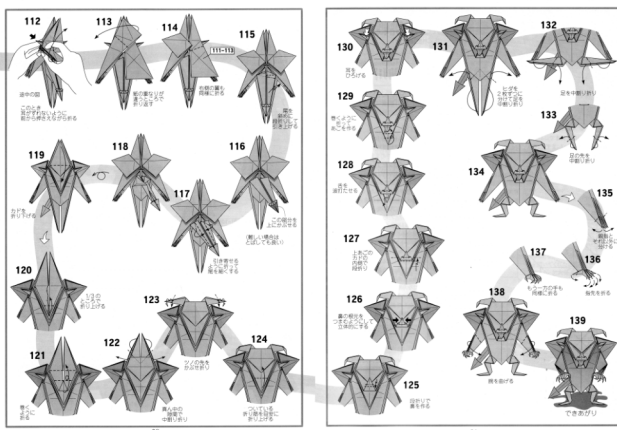


図1:折り図の例<sup>[2]</sup>

相互作用による三次元的な形状変化にも対応し、そのため実際の折り手順に近い状態をシミュレーションすることが可能である。

TACHI は折り紙をヒンジで結合された剛体面の集合であると捉え、幾何学的な拘束条件から面の三次元的な運動を求めている<sup>[7]</sup>。この手法を用いることで展開図から折りあがり形態への滑らかなアニメーションを得ることが出来るが、数学的に厳密であるがために自由度が非常に少なく、折りあがるまでにわずかでもネジレが発生するような動きのアニメーションを求めることができない。本手法ではバネモデルに基づいているため柔軟性が高く、途中で面のネジレが発生するような面の動かし方であってもシミュレーションすることが可能である。

三谷らは、折り紙の構造をわかりやすく表示するための計算機を用いたデフォルメ手法を提案している<sup>[8]</sup>。この手法を適用するためにはあらかじめ面の重なり順を求めておく必要があるため、本研究に直接適用することはできないが、折り紙の形状を分かりやすく伝えるという目的のためには非常に有効であるといえる。

計算機上に折り紙形状を取り込む研究としては、KATO らによる「折り図」の画像をもとにした手法が挙げられる<sup>[9]</sup>。KATO らの手法では、折り図画像に含まれる矢印や折れ線の情報を計算機で解析することによって折り操作を推定し、それをもとに計算機内の折り紙モデルを更新している。また、三谷は二次元バーコードを印刷した紙を折ったものをカメラで撮影し、その写真をもとに折り畳み構造を推定しモデルを構築する手法を提案している<sup>[10]</sup>。しかしこれらは他の媒体を計算機で解析するという手順を踏まなければならないため、直感的かつインタラクティブであるとはいえない。本論文で提案する手法では、ユーザは計算機上のモデルを直接操作することができるため、より直感的かつインタラクティブに操作することが可能である。

バネモデルを用いた形状計算手法の中には商用 3D モデリングソフトの布シミュレータに用いられているものがある<sup>[11]</sup>。しかしこれは対象が布であるため面の平面性をほとんど考慮していない点と、ユーザが対話的に折り筋を入力したり面を動かしたりするインターフェースがない点な

どにより、折り紙をモデリングする用途に適しているとはいえない。

## 2.1. 前回のセミナーでの発表

前回の発表において、折り紙の形状を表現するためのバネモデルを利用した計算モデルと、2D ドローツールと面の回転操作を組み合わせたインターフェースについて述べた。

前者の計算モデルにおいて、紙の各面の内側にバネを網羅的に張り巡らすとともに、隣接する面は共通する頂点を参照するという手法を用いることで複雑な形状でもリアルタイムに計算を行うことができた(図2)。また、面の微細な歪みを許容することで剛体折り紙モデルでは表現できなかった「被せ折り」などの捻れを伴う多数の折り方も可能となった。しかしながら、面を構成する頂点数が多い場合は歪みの収束が遅くなる、また多数の面が折り重なった状態をうまく表現できないなどの問題があった。

紙を折るインターフェースにおいては、後者の手法を用いることで本来両手が必要となる紙を折るという動作をマウスのみでも行うことが可能となった。しかしながら、面に折り目をつける際に重なり合う全ての面に折り目が追加されてしまい、またそれを削除するためのインターフェースも用意されていなかったことから、複雑度の高い形状の

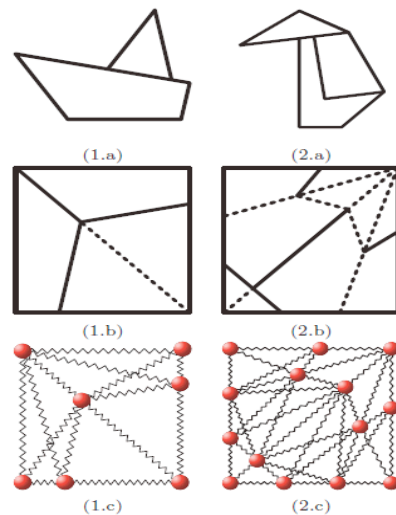


図2：船(1.a) とペンギン(2.a) の展開図(b) とバネモデルによる形状表現(c)

モデリングを行うことが困難であるという問題点もあった。

### 3. 提案手法

上記の問題点を解消するために、面の内側にバネを張るのではなく、面の外側にバネが張られているというモデル(図3)を採用するとともに、三次元モデルへの折れ線の追加と削除を行う際に二次元のCADソフトと連携して編集を行うための手法を提案する。

#### 3.1. 折り紙モデル

本手法で扱う折り紙の形状は、二次元の展開図とそれを三次元化するアフィン変換行列によって定義される(図4)。一般的なアフィン変換の行列は直線移動・回転移動・拡大縮小の成分を保持しているが、本手法で用いている行列は直線移動と回転移動成分のみを保持しており、拡大縮小の値は常に1である。そして、各面において共通する頂点の平均座標に向けて長さ0のバネを接続し、その力を計算して面を動かすことで、隙間の無い面の集合を得ることとする(図4右)。具体的には次の通りである。

ある面の頂点  $r_i$  と、全ての面の中でのその頂点の平均座

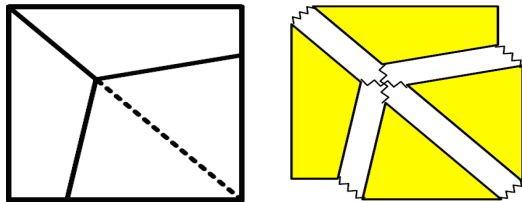


図3：船の展開図(左)と新しいバネモデルによる形状表現元(右)

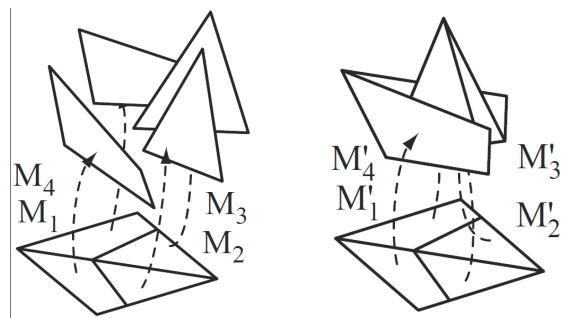


図4：アフィン変換による展開図の三次元化と位置の調整

標  $r_j$  とのあいだに張られているバネの力  $f_{ij}$  は次の通りとなる<sup>[12]</sup>。

$$f_{ij} = k \left( 1 - \frac{L_{ij}}{|r_{ij}|} \right) r_{ij} + D v_{ij}$$

ここで  $k$ 、 $L_{ij}$ 、 $r_{ij}$ 、 $D$ 、 $v_{ij}$  は、それぞれバネ定数、バネの自然長、頂点  $j$  に対する頂点  $i$  の相対位置、ダンパー定数、頂点  $j$  に対する頂点  $i$  の相対速度である。面に接続する全てのバネによる力を合計し、その運動方程式をオイラー方を用いて数値的に解くことで、面の直線移動  $r_i$  と回転移動  $\lambda_i$  を求めることが出来る。具体的には以下の式を用いる。

$$F_i = \sum_j f_{ij} - m_i g$$

$$v_i(t + \Delta t) = v_i(t) + \frac{F_i(t)}{m_i} \Delta t$$

$$r_i(t + \Delta t) = r_i(t) + v_i(t) \Delta t$$

式中の  $F_i$ 、 $m_i$ 、 $g$ 、 $v_i$  はそれぞれ面に加わる力の合計、面の質量、重力加速度、面の移動速度を表す。

回転運動の計算には次の式を用いる<sup>[13]</sup>。

$$\tau_i = \sum_j (r_{oi} \times f_{ij}) - r_{oi} \times m_i g$$

$$\omega_i(t + \Delta t) = \omega_i(t) + \frac{\tau_i(t)}{I_i} \Delta t$$

$$\lambda_i(t + \Delta t) = \lambda_i(t) + \omega_i(t) \Delta t$$

式中の  $\tau_i$ 、 $r_{oi}$ 、 $\omega_i$ 、 $I_i$  はそれぞれ面に加わるトルクの合計、面の重心から見た頂点の相対位置、重心と中心とした面の角速度、面の慣性テンソルを表す。

上記の式を微小時間で交互に計算することで、面の移動先を求めている。

#### 3.2. 折れ線の入力

三次元折り紙モデルの細かい形状編集を効率的に行うために、二次元の展開図を二次元のCADツールを用いて直接編集するというインタフェースを提案する。

二次元のCADツールには、研究室で開発されている展開図専用エディタ「ORIPA<sup>[14]</sup>」を用い、ORIPA上での展開図の編集を監視し、変更をリアルタイムに三次元モデルへ反映させる。その際、変更前の面のアフィン変換の情報

を変更後の面へ継承させるために、変更があった面を識別する処理が必要となる。本プログラムでは、変更前と後の展開図を重ね合わせて二次元の交差判定を行い、それぞれ形状は異なるが交差している領域が存在している面について変更があったと解釈することとしている。本手法は面の分割だけではなく、隣り合う面同士を結合するような変更に対しても対応可能である。

#### 4. 結果と課題

本手法を実際にも実装することで、図5のミウラ折りのような多数の多角形が同時に動くような場合でも、ユーザは対話的に形状を操作することができた。また、二次元のCADツールと連携することで、面の内側にあって目に見えない場所や、角を正確に二等分する場所などに折れ線を引くことができるようになり、より自由度の高いモデリングが可能となった。

なお、現状では面同士の衝突を考慮していないため、面が多数重なっている場所でレンダリング結果が乱れたり、重なり順を保ったまま面を動かすといった操作を行うことが出来ない。そのため、面同士の衝突判定を行い適切に面を移動させる処理を実装する必要があるだろう。

また、現在のところ二次元の展開図に加えた変更を三次元に反映させることは可能であるが、逆に三次元モデルに加えた変更を二次元の展開図エディタへ反映させるといった処理を行うことは出来ない。三次元モデルを直接編集する機能は前回のセミナー発表時のバージョンには実装されていたため、本プログラムにも早急に実装を行いたいと考えている。

#### 参考文献

- [1] 阿部 恒: 「高校数学授業における折り紙の活用 - 1/n の正方形の問題」; 第2回折り紙の科学・数学・教育 研究集会, (2007.5)
- [2] 前川 淳, 小松 英夫: 「悪魔」; 日本折紙学会「折紙探偵団」, Vol.56, p31, (1999.7)
- [3] Robert J. Lang: "Origami Design Secrets: Mathematical Methods for an Ancient Art"; AK Peters, Ltd., (2003)
- [4] 内田忠, 伊藤英則: 「折り紙過程の知識表現とその処理プログラムの作成」; 情報処理学会論文誌, Vol.32, No.12, pp.1566-1573, (1991)

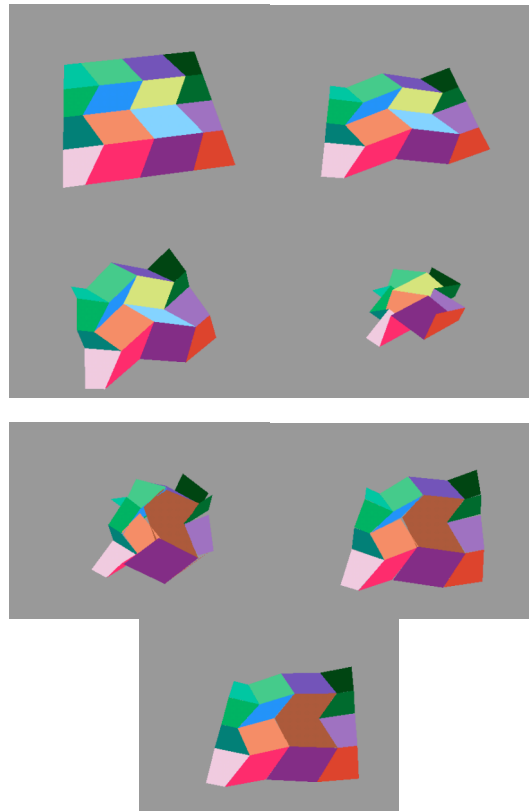


図5: ユーザの操作による形状の変形と、歪みのある形状が収束していく様子

- [5] 井田 哲雄: "Computational Origami Project"; <http://www.score.is.tsukuba.ac.jp/?ida/Ida2004/CompOrigami.htm>, (2001)
- [6] Shin-ya MIYAZAKI, Takami YASUDA, Shigeki YOKOI, Jun-ichiro TORIWAKI: "An ORIGAMI Playing Simulator in the Virtual Space"; The Journal of Visualization and Computer Animation, Vol.7, No.1, pp.25-42, (1996)
- [7] Tomohiro TACHI: Smooth Origami Animation by Crease Line Adjustment; SIGGRAPH 2006 Posters, (2006)
- [8] 三谷純, 鈴木宏正: 「折り紙の構造把握のための形状構築とCG表示」; 情報処理学会論文誌, Vol.46, No.1, pp.247-254, (2005)
- [9] Jien KATO, Toyohide WATANABE, Hiroyuki HASE, Takeshi NAKAYAMA: "Understanding Illustrations of Origami Drill Book"; 情報処理学会論文誌, Vol.41, No.6, pp.1857-1873, (2000).
- [10] 三谷純: 「二次元バーコードを用いた紙の折りたたみ構造の認識とモデル化」; 情報処理学会研究報告, 2005-CVIM-150, pp. 115-122, (2005)
- [11] Autodesk: "Maya 8 Unlimited", (2006)
- [12] 宮崎慎也, 安田孝美, 横井茂樹, 鳥脇純一郎: 「仮想弾性物体の対話操作のためのモデル化と実現」; 電子情報通信学会論文誌, J79-A, 11, pp. 1919-1926, (1996.11)
- [13] Eric Lengyel, 狩野 智英: 「ゲームプログラミングのための3Dグラフィックス数学」; 株式会社ボーナデジタル, (2003.5)
- [14] 三谷 純: 「折紙展開図エディタ ORIPA」; <http://mitani.cs.tsukuba.ac.jp/pukiwiki-oriipa/>